

**Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Humanas
Departamento de Filosofia**

**Tópicos de Lógica II
Consistência da hipótese o contínuo e do axioma da escolha**

Prof. Alfredo Roque Freire

Tema e Metodologia

A abordagem metodológica do curso será estruturada em aulas expositivas articuladas com momentos de resolução de exercícios e discussões guiadas. O conteúdo será apresentado de forma gradual e rigorosa, com ênfase na construção passo a passo do universo dos conjuntos **construtíveis** (L), visando preparar o terreno para a compreensão técnica e conceitual das provas de consistência relativa do **Axioma da Escolha** (AC) e da **Hipótese do Contínuo** (CH).

As aulas expositivas terão como objetivo apresentar os conceitos fundamentais, definições e teoremas, com atenção especial às motivações históricas e filosóficas por trás da introdução do universo de Gödel e da técnica de relativização de modelos. Paralelamente, os(as) estudantes serão incentivados(as) a resolver exercícios selecionados, tanto em sala quanto em casa, como forma de consolidar a compreensão dos resultados formais e dos métodos técnicos envolvidos — como a hierarquia de von Neumann, a definição da função de Gödel, a construção da classe L, o princípio da reflexão e o método de condensação.

Ao longo do curso, haverá ainda momentos destinados à leitura comentada de trechos clássicos e contemporâneos sobre o tema, com o intuito de fomentar a compreensão crítica e a articulação dos conteúdos com outros tópicos da teoria dos conjuntos e da lógica.

Procedimentos de Avaliação

A avaliação do curso será composta por dois eixos, voltados à consolidação do domínio técnico e à articulação reflexiva entre os conteúdos do curso e os **interesses de pesquisa** dos(as) estudantes:

Entrega dos exercícios propostos – Ao longo do curso, serão indicados exercícios relacionados aos tópicos abordados em aula. A resolução escrita e a entrega dos exercícios terão caráter avaliativo, permitindo aferir a capacidade dos(as) estudantes de aplicar os conceitos e técnicas discutidos.

Elaboração de um artigo – Cada estudante deverá entregar um artigo curto (entre 4 e 8 páginas) relacionando os temas abordados no curso com seu tema de pesquisa. O texto deverá refletir apropriação conceitual, clareza expositiva e articulação crítica com o campo de interesse individual.

Alternativamente, estudantes poderão elaborar artigos em coautoria, com a exigência de que o texto tenha qualidade e escopo compatíveis com a submissão a periódico especializado. Nesse caso, será necessário combinar aprofundamento técnico e contribuição original, e o planejamento da submissão deverá ser discutido com o docente responsável.

A combinação entre exercícios técnicos e reflexão articulada busca equilibrar o desenvolvimento formal com a perspectiva investigativa dos(as) estudantes.

Cronograma:

19/08 –

(aula 1) Apresentação

(aula 2) Teoria de Zermelo-Fraenkel, Axioma da escolha e hipótese do contínuo

26/08 –

(aula 1) Cardinalidade

(aula 2) Relações de ordem e boa fundação

02/09 –

(aula 1) Definições impredicativas

(aula 2) Definições recursivas e indução transfinita

09/09 –

(aula 1) Ordinais e Cardinais

(aula 2) Sequência dos Alephs

16/09 –

(aula 1) Introdução ao contínuo

(aula 2) Unicidade dos racionais e do contínuo

30/09 –

(aula 1) Modelos da teoria dos conjuntos

(aula 2) Introdução aos modelos internos

07/10 –

(aula 1) Colapso Transitivo de Mostowski

(aula 2) Hierarquia de Levy e Absolutidade

14/10 –

(aula 1) Princípio da Reflexão

(aula 2) Prova do Princípio da Reflexão

21/10 –

(aula 1) Os Construtíveis de Gödel

(aula 2) Os axiomas de ZF são válidos nos construtíveis (parte 1)

28/10 –

(aula 1) Os axiomas de ZF são válidos nos construtíveis (parte 2)

(aula 2) Estratificação interna dos construtíveis

04/11 –

(aula 1) Operações de Gödel

(aula 2) Estratificação via operações de Gödel

11/11 –

(aula 1) Contando quantificadores
(aula 2) Absolutidade da Construtibilidade

18/11 –

(aula 1) Consistência do axioma da escolha
(aula 2) Continuação

25/11 –

(aula 1) Lema da condensação
(aula 2) Continuação

09/12 –

(aula 1) Submodelo elementar dos níveis construtíveis
(aula 2) Consistência da Hipótese generalizada do contínuo

16/12 –

Discussão dos artigos

Referências:

- [1] Enderton, H. B. (1977). Elements of Set Theory. Academic Press.
- [2] Levy, A. (2002). Basic Set Theory. Dover Publications.
- [3] Shoenfield, J. R. (1967). Mathematical Logic. Addison-Wesley.
- [4] Jech, T. (2003). Set Theory. Springer.
- [5] Kunen, K. (1983). Set Theory An Introduction To Independence Proofs.
- [6] Devlin, K. J. (2017). Constructibility. Cambridge University Press.